

Arithmétique et algèbre matricielle



Niveau d'étude
BAC +2



Composante
UFR Sciences
et Techniques

En bref

- > **Langue(s) d'enseignement:** Français
- > **Ouvert aux étudiants en échange:** Non

Présentation

Description

I. Arithmétique dans \mathbb{Z}

- Division euclidienne dans \mathbb{Z}
 - Arithmétique : divisibilité, nombres premiers, PGCD, PPCM, algorithme d'Euclide, lemmes de Gauss et d'Euclide, identité de Bézout

II. Anneaux

- Définition d'un anneau
- Diviseurs de zéro et anneau intègre
- Définition d'un corps
- Idéal et anneau quotient
- Arithmétique dans un anneau principal : divisibilité, PGCD, PPCM, identité de Bézout, élément irréductible, lemmes de Gauss et d'Euclide

III. Polynômes

- L'anneau $K[X]$ des polynômes à coefficients dans le corps K : introduction des opérations internes sur $K[X]$
- Division des polynômes : divisibilité dans $K[X]$, division euclidienne, division selon les puissances croissantes
- $K[X]$ anneau principal et conséquences
- Racines : fonction polynomiale, polynômes à coefficients complexes, polynômes à coefficients réels
- Polynômes irréductibles dans $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$
- Racines multiples et polynômes dérivés
- Fractions rationnelles : définition de $K(X)$, décomposition en éléments simples des fractions rationnelles de $\mathbb{C}(X)$ et $\mathbb{R}(X)$

IV. Algèbre matricielle

1. • Relation entre matrices et endomorphismes d'espaces vectoriels de dimension finie
 - Polynôme caractéristique
 - Diagonalisation des endomorphismes et des matrices
 - Polynômes annulateurs
 - Théorème de Cayley-Hamilton
 - Lemmes des noyaux
 - Polynôme minimal
- Trigonalisation

Objectifs

Acquisition d'une culture mathématique solide (définitions, énoncés, techniques de démonstration) concernant l'arithmétique dans \mathbb{Z} , dans un anneau abstrait ou dans l'anneau des polynômes $K[X]$

Utilisation des résultats du cours dans la résolution de problèmes d'arithmétique

Maîtrise les algorithmes pratiques vus en cours : algorithme d'Euclide, méthodes utilisées pour décomposer un polynôme en produit de facteurs irréductibles, pour décomposer une fraction rationnelle en éléments simples ou pour diagonaliser une matrice,

...

Pré-requis obligatoires

Maîtriser les notions d'algèbre acquises en 1^{re} année, notamment celles concernant les lois de composition interne et les structures algébriques, ainsi que les outils de calcul matriciel déjà enseignés.

Contrôle des connaissances

Contrôle Continu

Compétences visées

- Savoir décomposer un entier en produit de nombres premiers.
- Savoir calculer le PGCD de deux entiers avec l'algorithme d'Euclide
- Maîtriser les opérations avec les congruences modulo n
- Maîtriser les techniques nécessaires pour résoudre des problèmes d'arithmétique dans le cadre général des anneaux abstraits
- Maîtriser l'arithmétique dans les anneaux quotient $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$
- Savoir faire la division euclidienne de deux polynômes
- Savoir faire la décomposition en produit de facteurs irréductibles dans $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$
- Savoir décomposer une fraction rationnelle en éléments simples
- Savoir diagonaliser une matrice diagonalisable
- Savoir calculer le polynôme minimal d'un endomorphisme ou d'une matrice

Infos pratiques

Lieu(x)

› Saint-Étienne-du-Rouvray